Statistikë e aplikuar

UNIVERSITETI I EJL
ЈИЕ УНИВЕРЗИТЕТ
SEE UNIVERSITY

Testimi i hipotezave

Faton Berisha

Kapitulli 8

Testimi i hipotezave

Testimi i hipotezave

8.1 Hipoteza zero dhe hipotezat alternative, dhe gabimet në testim

8.2 Testet e mostrës së madhe mbi një mesatare: Testimi i një hipoteze me alternativë të njëanshme

8.3 Testet e mostrës së madhe mbi një mesatare: Testimi i një hipoteze me alternativë të dyanshme

8.4 Testet e mostrës së vogël mbi një mesatare popullimi

Testimi i hipotezave. (Vazhdim)

8.5 Testet e hipotezave mbi një proporcion popullimi

8.6 Probabilitetet e gabimit të llojit II dhe përcaktimi i madhësisë së mostrës. (Opcionale)

Hipoteza zero dhe hipotezat alternative

- *Hipoteza zero*, e shënuar me H_0, është një deklarim i pohimit themelor i cili testohet.
  - Deklarimi përgjithësisht paraqet gjendjen *status quo* dhe nuk hedhet poshtë përveç në qoftë se ekziston dëshmi mostre bindëse se ai është i pasaktë.
- *Hipoteza alternative*, e shënuar me H_a, është një deklarim alternativ (ndaj hipotezës zero).
  - Hipoteza alternative do të pranohet vetëm në qoftë se ekziston dëshmi mostre bindëse se ajo është e saktë.

Tipet e hipotezave

- E njëanshme, Alternativa "Më e madhe se"

  $H_0: \mu \leq \mu_0$ kundrejt $H_a: \mu > \mu_0$

- E njëanshme, Alternativa "Më e vogël se"

  $H_0: \mu \geq \mu_0$ kundrejt $H_a: \mu < \mu_0$

- E dyanshme, Alternativa "E ndryshme nga"

  $H_0: \mu = \mu_0$ kundrejt $H_a: \mu \neq \mu_0$

ku μ_0 është vlera e dhënë konstante krahasuese

Tipet e vendimeve

- Si rezultat testimi të H_0 kundrejt H_a, duhet vendosur të merret cilido nga dy vendimet vijuese për zero hipotezën H_0:

- Nuk hedhet poshtë H_0
  - Deklarim më i dobët sesa "pranohet H_0"
  - Por hedhet poshtë alternativa H_a

OSE

- Hedhet poshtë H_0

Shembuj hipotezash

- Shembulli 8.1. Rasti i thasëve të plehrave
  - H_0: $\mu \leq 50$
  - kundrejt H_a: $\mu > 50$
- Shembulli 8.2. Rasti i kontove të pagueshme
  - H_0: $\mu \geq 19.5$
  - kundrejt H_a: $\mu < 19.5$
- Shembulli 8.3. Rasti i thellësisë së sforcimit te shtytësat e valvulave
  - H_0: $\mu = 4.5$
  - kundrejt H_a: $\mu \neq 19.5$

Statistika e testit

- Për të testuar H_0 kundrejt H_a, shfrytëzohet "statistika e testit"

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

  ku μ_0 është vlera e dhënë (shpesh "e pozuara për të saktë") dhe $\bar{x}$ është mesatarja e mostrës.

- z matë distancën ndërmjet μ_0 dhe $\bar{x}$ në shpërndarjen e zgjedhjeve të mesatarës së mostrës.
- Në qoftë se shpërndarja është normale ose popullimi është i madh, atëherë statistika e testit z ka shpërndarje normale.
  - $n \geq 30$, sipas teoremës qendrore limit

Gabimet e tipit I dhe të tipit II

Gabim i tipit I Hedhet poshtë H_0 kur është e saktë
Gabim i tipit II Dështohet të hedhet poshtë H_0 kur është e pasaktë

Gjendja reale

Konkludimi	H_0 E saktë	H_0 E pasaktë
Hedhet poshtë H_0	**Gabim i tipit I**	Vendim korrekt
Nuk hedhet poshtë H_0	Vendim korrekt	**Gabim i tipit II**

Probabilitetet e gabimeve

- Gabim i tipit I: Hedhja poshtë e H_0 kur është e saktë
  - α është probabiliteti i bërjes së gabimit të tipit I
  - $1 - \alpha$ është probabiliteti i mosbërjes së gabimit të tipit I
- Gabim i tipit II: Dështimi i hedhjes poshtë të H_0 kur është e pasaktë
  - β është probabiliteti i bërjes së gabimit të tipit II
  - $1 - \beta$ është probabiliteti i mosbërjes së gabimit të tipit II

Gjendja reale

Konkludimi	H_0 E saktë	H_0 E pasaktë
Hedhet poshtë H_0	α	$1 - \alpha$
Nuk hedhet poshtë H_0	$1 - \beta$	β

Vlerat tipike

- Zakonisht vëhet vlerë e vogël për α
  - kështu që ekziston vetëm gjasë e vogël të hedhet poshtë H_0 e saktë
  - Tipikisht, $\alpha = 0.05$
    - Për $\alpha = 0.05$, kërkohet dëshmi e fortë për të hedhur poshtë H_0
    - Zakonisht zgjedhet α ndërmjet 0.01 dhe 0.05
      - $\alpha = 0.01$ kërkon dëshmi shumë të fortë për të hedhur poshtë H_0
    - Ndonjëherë zgjedhet α madje 0.10
- Kompromisi ndërmjet α dhe β:
  - Për madhësi të fiksuar mostre, sa më e vogël të vehet α, aq më e madhe është β.
    - Dhe sa më e madhe α, aq më e vogël β

Testet e mostrës së madhe mbi
një mesatare popullimi: Alternativat e njëanshme

- Testojnë hipotezat mbi një mesatare popullimi duke shfrytëzuar shpërndarjen normale
  - Quhen *z* teste
  - Kërkohet që të dihet vlera e vërtetë e devijimit standard σ të popullimit
    - Në shumë situata reale, σ nuk dihet
      - Por mund të vlerësohet nga devijimi standard *s* i një mostre të madhe
      - Kur mostra është e vogël, testet e hipotezave mbi mesataren e popullimit shfrytëzojnë *t*-shpërndarjet
    - Këtu supozojmë se dijmë σ
- Shfrytëzohet një “rregull e hedhjes poshtë”

Hapat në testimin e një alternative "Më e madhe se"

1. Formulo zero hipotezën dhe hipotezën alternative
2. Specifiko nivelin e rëndësisë α
3. Zgjedh statistikën e testit
4. Përcakto rregullën e hedhjes poshtë për të vendosur se a të hedhet poshtë H_0
5. Mbledh të dhënat e mostrës dhe llogarit vlerën e statistikës së testit
6. Vendos se a të hedhet poshtë H_0 duke shfrytëzuar statistikën e testit dhe rregullën e hedhjes poshtë
7. Interpreto rezultatet statistikore në pikëpamje menagjeriale dhe vlerëso rëndësinë e tyre praktike

Testimi i alternativës “Më e madhe se” në rastin e thasëve të plehrave

1. Formulo zero hipotezën dhe hipotezën alternative
   - H_0: $\mu \leq 50$
     H_a: $\mu > 50$

     ku μ është forca mesatare e grisjes
     së thesit të ri.
2. Specifiko nivelin e rëndësisë α.
   - $\alpha = 0.05$

Testimi i alternativës “Më e madhe se”
në rastin e thasëve të plehrave. (Vazhdim)

3. Zgjedh statistikën e testit.
   - Shfrytëzo statistikën e testit

$$z = \frac{\bar{x} - 50}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - 50}{\sigma / \sqrt{n}}$$

   - Vlera pozitive e kësaj karakteristike testi rezulton nga mesatarja $\bar{x}$ e mostrës e cila është më e madhe se 50 lbs.
     - Gjë që ofron dëshmi kundër H_0 në favor të H_a

Testimi i alternativës “Më e madhe se”
në rastin e thasëve të plehrave. (Vazhdim)

4. Përcakto rregullën e hedhjes poshtë për të vendosur se a të hedhet poshtë H_0.
   - Për të vendosur se sa e madhe duhet të jetë statistika e testit për të hedhur poshtë H_0 duke vënë probabilitetin e gabimit të tipit I të jetë α:
   - Probabiliteti α është syprina e bishtit të djathtë nën lakoren normale standarde.
   - Përdor tabelën normale standarde për të gjetur pikën z_α (të quajtur *pikë e hedhjes poshte,* ose *kritike*)
     - z_α është pika nën lakoren standarde normale e cila jep syprinën e bishtit të djathtë të barabartë me α.
     - Meqë $\alpha = 0.05$, pika e hedhjes poshtë është $z_\alpha = z_{0.05} = 1.645$

Testimi i alternativës "Më e madhe se"
në rastin e thasëve të plehrave. (Vazhdim)

4. ... Vazhdim
   - Hedh poshtë H_0 në favor të H_a në qoftë se statistika e testit z është më e madhe sesa pika e hedhjes poshtë z_{α}.
     - Është kjo *rregulla e hedhjes poshtë.*
   - Në rastin e thasëve të plehrave, rregulla e hedhjes poshtë është të hedhet poshtë H_0 në qoftë se $z >$ 1.645.

Testimi i alternativës “Më e madhe se”
në rastin e thasëve të plehrave. (Vazhdim)

5. Mbledh të dhënat e mostrës dhe llogarit vlerën e statistikës së testit.
   - Meqë $n > 30$, përafro vlerën e σ me vlerën e devijimit standard të mostrës $s = 1.65$ lbs.
   - Për mostrën e madhësisë $n = 40$, $\bar{x} = 50.575$ lbs

$$z = \frac{\bar{x} - 50}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{50.575 - 50}{1.65 / \sqrt{40}} = 2.20$$

Testimi i alternativës "Më e madhe se"

në rastin e thasëve të plehrave. (Vazhdim)

6. Vendos a të hedhet poshtë H_0 duke shfrytëzuar statistikën e testit dhe rregullën e hedhjes poshtë.
   - Krahaso vlerën e statistikës së testit me pikën e hedhjes poshtë sipas rregullës së hedhjes poshtë.
   - Në rastin tonë $z = 2.20 > z_{0.05} = 1.645$
   - Prandaj, hedh poshtë H_0: $\mu \leq 50$ në favor të H_a: $\mu > 50$ me nivel rëndësie 0.05.
     - ❖Është hedhur poshtë H_0 me anë të një testi i cili lejon vetëm 5% gjasë që gabimisht të hedhet poshtë H_0
     - ❖Ky rezultat është statistikisht i rëndësishëm në nivelin 0.05

Testimi i alternativës “Më e madhe se”

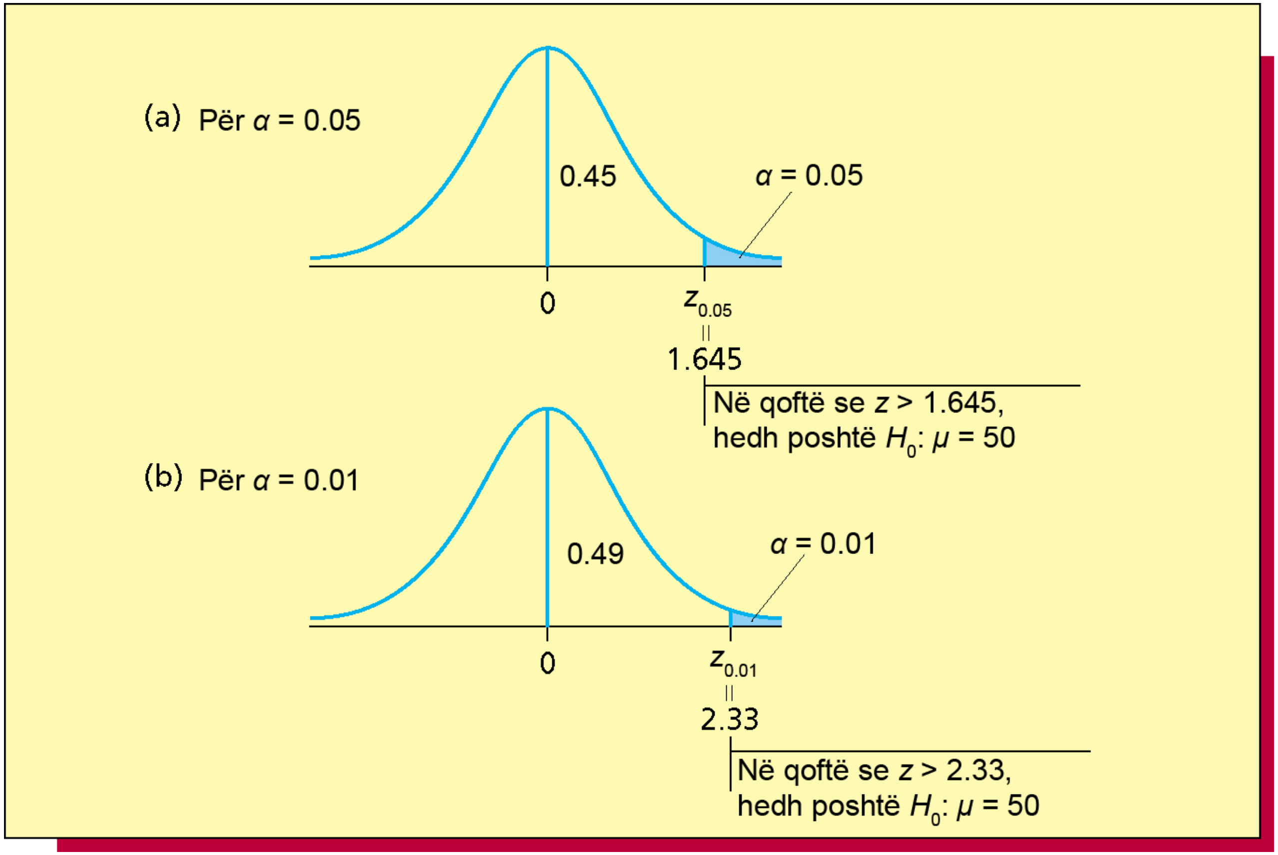
në rastin e thasëve të plehrave. (Vazhdim)

7. Interpreto rezultatet statistikore në pikëpamje menagjeriale dhe vlerëso rëndësinë e tyre praktike.
   - Mund të konkludohet se forca mesatare e grisjes së thesit të ri tejkalon 50 lbs.

Testimi i alternativës “Më e madhe se”
në rastin e thasëve të plehrave. (Vazhdim)

Rasti i thasëve të plehrave

Testimi i H_0: $\mu \leq 50$ kundrejt H_a: $\mu > 50$ për:



(a) $\alpha = 0.05$

(b) $\alpha = 0.01$

Efekti i α

- Në nivelin $\alpha = 0.01$, pika e hedhjes poshtë është $z_{0.01} = 2.33$.
- Në shembullin e thasëve, statistika e testit $z = 2.20 < z_{0.01} = 2.33$
- Prandaj, nuk mund të hedhet poshtë H_0 në favor të H_a në nivel rëndësie $\alpha = 0.01$.
  - Konkludim i kundërt me nivelin $\alpha = 0.05$
  - Pra, sa më i vogël të jetë α, aq më e madhe është pika e hedhjes poshtë, dhe aq më e fuqishme është dëshmia statistikore e nevojshme për të hedhur poshtë hipotezën zero H_0.

p-vlera

- ***p-vlera*** ose ***niveli i observuar i rëndësisë*** është probabiliteti i fitimit të rezultateve të mostrës në qoftë se zero hipoteza H_0 është e saktë.
  - *p*-vlera shfrytëzohet për të matur fuqinë e dëshmisë kundër hipotezës zero.
- Rezultatet e mostrës të cilat nuk janë të besueshme në qoftë se H_0 është e saktë kanë *p*-vlerë të vogël dhe janë dëshmi se H_0 është e pasaktë.
  - *p*-vlera është vlera më e vogël e α për të cilën mund ta hedhim poshtë H_0.
- Shfrytëzoni *p*-vlerën si një alternativë të testimit me anë të z-test statistikës.

Hapat e përdorimit të *p*-vlerës për
të testuar një alternativë “Më e madhe se”

(Hapat 1–3 janë njësoj)

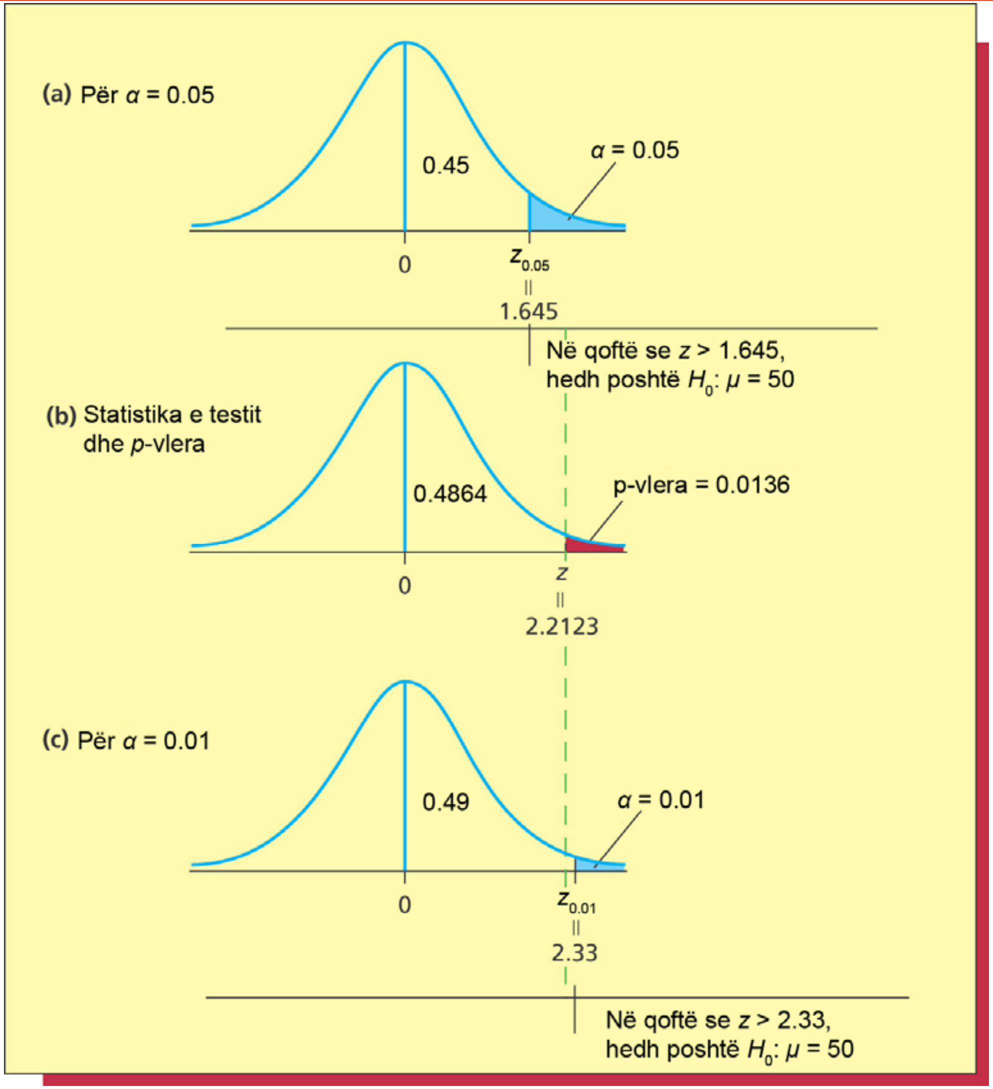
4. Mbledh të dhënat e mostrës dhe llogarit vlerën e statistikës së testit.
   - ❖Në rastin e thasëve të plehërave, vlera e statistikës së testit ishte $z = 2.20$
5. Llogarit *p*-vlerën përkatëse për vlerën e statistikës së testit
   - ❖Në rastin e thasëve, syprina nën lakoren normale standarde e bishtit të djathtë të përcaktuar me vlerën $z = 2.20$
   - ❖Syprina është 0.5 – 0.4861 = 0.0139
   - ❖*p*-vlera është 0.0139

Hapat e përdorimit të *p*-vlerës për të testuar një alternativë "Më e madhe se". (Vazhdim)

5. ... Vazhdim
   - Në qoftë se H_0 është e saktë, probabiliteti 0.0139 i fitimit të një mostre mesatarje e së cilës është 50.575 lbs ose më tepër
   - Ky është aq i vogël, saqë të dëshmojë se H_0 është e pasaktë dhe duhet te hedhet poshtë
6. Hedh poshtë H_0 në qoftë se *p*-vlera është më e vogël se α
   - Në rastin tonë, $\alpha = 0.05$
   - *p*-vlera e llogaritur është $0.0139 < \alpha = 0.05$.
     - Rrjedhimisht, statistika e testit $z = 2.20 > z_{0.05} = 1.645$
   - Prandaj, hedh poshtë H_0 në nivelin $\alpha = 0.05$ të rëndësisë

Përdorimi i *p*-vlerës për të testuar
një alternativë "Më e madhe se"

Testimi i H_0: $\mu \leq 50$
kundrejt H_a: $\mu > 50$
duke zbatuar
pikat e hedhjes poshtë
dhe *p*-vlerën.



Hapat në testimin e alternativës

"Më e vogël se" në rastin e kontove të pagueshme

1. Formulo zero hipotezën dhe hipotezën alternative.
   - H_0: $\mu \geq 19.5$
     H_a: $\mu < 19.5$
     ku μ është koha mesatare e pagesës së një fature
2. Specifiko nivelin e rëndësisë α.
   - $\alpha = 0.01$

Hapat në testimin e alternativës

"Më e vogël se" në rastin e kontove të pagueshme. (Vazhdim)

3. Zgjedh statistikën e testit.
   - Shfrytëzo statistikën e testit

$$z = \frac{\bar{x} - 19.5}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - 19.5}{\sigma / \sqrt{n}}$$

   (meqë $n = 65 > 30$).
   - Vlera negative e kësaj karakteristike testi rezulton nga mesatarja $\bar{x}$ e mostrës e cila është më e vogël se 19.5.
     - ❖ Gjë që ofron dëshmi kundër H_0 në favor të H_a

Hapat në testimin e alternativës

“Më e vogël se” në rastin e kontove të pagueshme. (Vazhdim)

4. Përcakto rregullën e hedhjes poshtë për të vendosur se a të hedhet poshtë H_0.
   - Për të vendosur se sa e vogël duhet të jetë statistika e testit për të hedhur poshtë H_0 duke vënë probabilitetin e gabimit të tipit I të jetë α:
   - Probabiliteti α është syprina e bishtit të majtë nën lakoren normale standarde.
   - Përdor tabelën normale standarde për të gjetur pikën e hedhjes poshtë $-z_{\alpha}$.
     - $-z_{\alpha}$ është pika nën lakoren standarde normale e cila jep syprinën e bishtit të majtë të barabartë me α.
     - Meqë $\alpha = 0.01$, pika e hedhjes poshtë është $-z_{\alpha} = -z_{0.01} = -2.33$

Hapat në testimin e alternativës

“Më e vogël se” në rastin e kontove të pagueshme. (Vazhdim)

4. ... Vazhdim
   - Hedh poshtë H_0 në favor të H_a në qoftë se statistika e testit z është më e vogël sesa pika e hedhjes poshtë $-z_{\alpha}$.
     - Është kjo rregulla e hedhjes poshtë
   - Në rastin e kontove të pagueshme, rregulla e hedhjes poshtë është të hedhet poshtë H_0 në qoftë se $z < -2.33$.

Hapat në testimin e alternativës

"Më e vogël se" në rastin e kontove të pagueshme. (Vazhdim)

5. Mbledh të dhënat e mostrës dhe llogarit vlerën e statistikës së testit.
   - Meqë n > 30, përafro vlerën e σ me vlerën e devijimit standard të mostrës s = 4.2 ditë.
   - Për mostrën e madhësisë n = 65, $\bar{x}$ = 18.1077 ditë.

$$z = \frac{\bar{x} - 19.5}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{18.1077 - 19.5}{4.2 / \sqrt{65}} = -2.67$$

Hapat në testimin e alternativës

“Më e vogël se” në rastin e kontove të pagueshme. (Vazhdim)

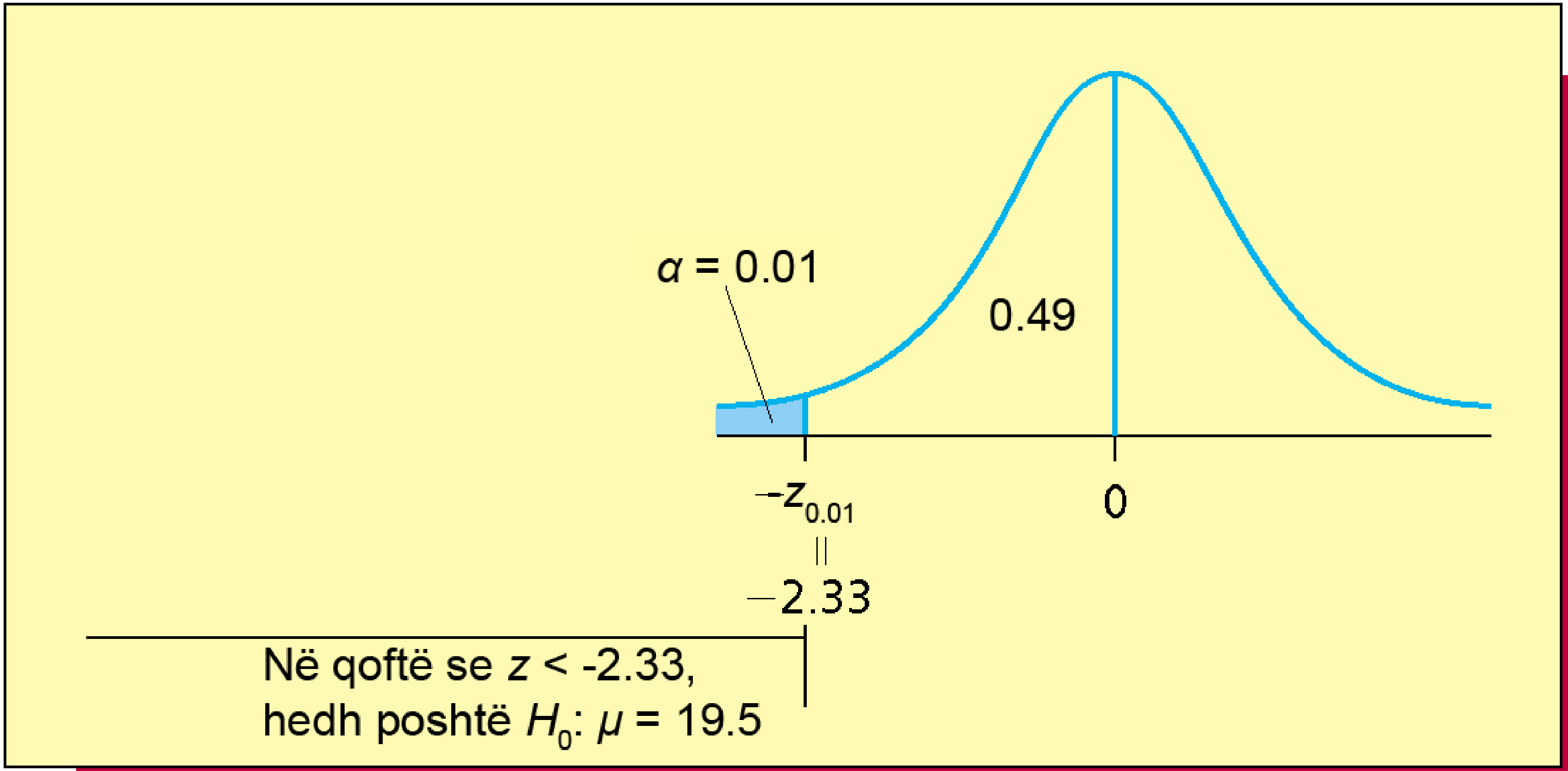
6. Vendos a të hedhet poshtë H_0 duke shfrytëzuar statistikën e testit dhe rregullën e hedhjes poshtë.
   - ❖ Krahaso vlerën e statistikës së testit me pikën e hedhjes poshtë sipas rregullës së hedhjes poshtë.
   - ❖ Në rastin tonë $z = -2.67 < -z_{0.01} = -2.33$
   - ❖ Prandaj, hedh poshtë H_0: $\mu \geq 19.5$ në favor të H_a: $\mu < 19.5$ me nivel rëndësie 0.01.
     - ❖ Është hedhur poshtë H_0 me anë të një testi i cili lejon vetëm 1% gjasë që gabimisht të hedhet poshtë $H_{0.}$
     - ❖ Ky rezultat është statistikisht i rëndësishëm në nivelin 0.01.

Hapat në testimin e alternativës
“Më e vogël se” në rastin e kontove të pagueshme. (Vazhdim)

7. Interpreto rezultatet statistikore në pikëpamje menagjeriale dhe vlerëso rëndësinë e tyre praktike.
   - ❖ Mund të konkludohet se koha mesatare e pagesës e sistemit të ri të faturimit është më pak se 19.5 ditë.

Testimi i alternativës
“Më e vogël se” në rastin e kontove të pagueshme.

Testimi i H_0: $\mu \geq 19.5$ kundrejt H_a: $\mu < 19.5$ për $\alpha = 0.01$



Hapat e përdorimit të *p*-vlerës
për të testuar një alternativë “Më e vogël se”

(Hapat 1–3 janë njësoj)

4. Mbledh të dhënat e mostrës dhe llogarit vlerën e statistikës së testit.
   - ❖ Në rastin e kontove të pagueshme, vlera e statistikës së testit ishte $z = -2.67$.
5. Llogarit *p*-vlerën përkatëse për vlerën e statistikës së testit.
   - ❖ Në rastin e kontove të pagueshme, syprina nën lakoren normale standarde e bishtit të majtë të përcaktuar me vlerën $z = -2.67$
   - ❖ Syprina është $0.5 - 0.4962 = 0.0038$
   - ❖ *p*-vlera është 0.0038

Hapat e përdorimit të *p*-vlerës
për të testuar një alternativë “Më e vogël se”. (Vazhdim)

5. ... Vazhdim
   - Në qoftë se H_0 është e saktë, probabiliteti 0.0038 i fitimit të një mostre mesatarje e së cilës është 18.1077 ditë ose më pak.
   - Ky është aq i vogël, sa për të dëshmuar se H_0 është e pasaktë dhe duhet te hedhet poshtë
6. Hedh poshtë H_0 në qoftë se *p*-vlera është më e vogël se α.
   - Në rastin tonë, $\alpha = 0.01$
   - *p*-vlera e llogaritur është $0.0038 < \alpha = 0.01$.
   - Prandaj, hedh poshtë H_0 në nivelin $\alpha = 0.01$ të rëndësisë.

Testet e mostrës së madhe mbi
një mesatare popullimi: Alternativat e dyanshme

- Testimi i një hipteze alternative “E ndryshme”
  - Shpërndarja e zgjedhjeve e të gjitha mesatareve të mostrave të mundshme modelohet me anë të një lakoreje normale.
  - Kërkon që vlera e devijimit standard σ të popullimit të jetë e njohur.
  - Çfarë është e re dhe e ndryshme në këtë rast?
  - Syprina përkatëse e nivelit të rëndësisë α është e ndarë ndërmjet bishtit të djathtë dhe atij të majtë të lakores normale standarde.

Hapat në testimin e alternativës
“E ndryshme” në rastin e shtytësave të valvulave

1. Formulo zero hipotezën dhe hipotezën alternative.
   - H_0: $\mu = 4.5$ kundrejt H_a: $\mu \neq 4.5$, ku μ është thellësia mesatare e sforcimit të shtytësit (në mm)
2. Specifiko nivelin e rëndësisë α.
   - $\alpha = 0.05$
3. Zgjedh statistikën e testit.
   - Shfrytëzo statistikën e testit

$$z = \frac{\bar{x} - 4.5}{\sigma_{\bar{x}}} = \frac{\bar{x} - 4.5}{\sigma / \sqrt{n}}$$

(meqë $n = 35 > 30$)

Hapat në testimin e alternativës

"E ndryshme" në rastin e shtytësave të valvulave. (Vazhdim)

3. ... Vazhdim
   - Vlerë pozitive e kësaj karakteristike testi rezulton nga mesatarja $\bar{x}$ e mostrës e cila është më e madhe se 4.5 mm.
     - Gjë që ofron dëshmi kundër H_0 në favor të H_a
   - Vlerë negative e kësaj karakteristike testi rezulton nga mesatarja $\bar{x}$ e mostrës e cila është më e vogël se 4.5 mm.
     - Gjë që ofron dëshmi kundër H_0 në favor të H_a
   - Vlerë shumë e vogël afër 0 (pak pozitive ose negative) e kësaj karakteristike testi rezulton nga mesatarja $\bar{x}$ e mostrës e cila është përafërsisht 4.5 mm.
     - Gjë që ofron dëshmi në favor të H_0 kundër H_a

Hapat në testimin e alternativës
“E ndryshme” në rastin e shtytësave të valvulave. (Vazhdim)

4. Përcakto rregullën e hedhjes poshtë për të vendosur se a të hedhet poshtë H_0.
   - ❖ Për të vendosur se sa e ndryshme nga 0 duhet të jetë statistika e testit për të hedhur poshtë H_0 duke vënë probabilitetin e gabimit të tipit I të jetë α:
   - ❖ Probabiliteti $\alpha/2$ është syprina e bishtit të majtë dhe e bishtit të djathtë nën lakoren normale standarde.
     - ❖ Nën lakoren normale standarde probabiliteti $\alpha/2$ është syprina e bishtit të djathtë dhe probabiliteti $\alpha/2$ është syprina e bishtit të majtë.

Hapat në testimin e alternativës
"E ndryshme" në rastin e shtytësave të valvulave. (Vazhdim)

4. ... Vazhdim

- Përdor tabelën normale standarde për të gjetur pikat e hedhjes poshtë $z_{\alpha/2}$ dhe $-z_{\alpha/2}$.
  - $z_{\alpha/2}$ është pika nën lakoren standarde normale e cila jep syprinën e bishtit të djathtë të barabartë me $\alpha/2$.
  - $-z_{\alpha/2}$ është pika nën lakoren standarde normale e cila jep syprinën e bishtit të majtë të barabartë me $\alpha/2$.
  - Meqë $\alpha = 0.05$, pikat e hedhjes poshtë janë $z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96$ dhe $-z_{\alpha/2} = -z_{0.025} = -1.96$.

Hapat në testimin e alternativës
“E ndryshme” në rastin e shtytësave të valvulave. (Vazhdim)

4. ... Vazhdim
   - ❖ Hedh poshtë H_0 në favor të H_a në qoftë se statistika e testit z plotëson cilindo nga kushtet:
     - ❖ z është më i madh sesa pika e hedhjes poshtë $z_{\alpha/2}$

       OSE
     - ❖ z është më i vogël sesa pika e hedhjes poshtë $-z_{\alpha/2}$
       - ❖ Është kjo rregulla e hedhjes poshtë.

Hapat në testimin e alternativës
“E ndryshme” në rastin e shtytësave të valvulave. (Vazhdim)

5. Mbledh të dhënat e mostrës dhe llogarit vlerën e statistikës së testit.
   - Në shembullin, meqë $n > 30$, përafro vlerën e σ me vlerën e devijimit standard të mostrës $s = 0.47$ mm.
   - Për mostrën e madhësisë $n = 35$, $\bar{x} = 4.26$ mm

$$z = \frac{\bar{x} - 4.5}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{4.26 - 4.5}{0.47 / \sqrt{35}} = -3.02$$

Hapat në testimin e alternativës
"E ndryshme" në rastin e shtytësave të valvulave. (Vazhdim)

6. Vendos a të hedhet poshtë H_0 duke shfrytëzuar statistikën e testit dhe rregullën e hedhjes poshtë.
   - Krahaso vlerën e statistikës së testit me pikat e hedhjes poshtë sipas rregullës së hedhjes poshtë.
   - Në rastin tonë $z = -3.02 < -z_{0.025} = -1.96$
   - Prandaj, hedh poshtë H_0: $\mu = 4.5$ në favor të H_a: $\mu \neq 4.5$ me nivel rëndësie 0.05.
     - Është hedhur poshtë H_0 me anë të një testi i cili lejon vetëm 5% gjasë që gabimisht të hedhet poshtë H_0.
     - Ky rezultat është statistikisht i rëndësishëm në nivelin 0.05.

Hapat në testimin e alternativës
“E ndryshme” në rastin e shtytësave të valvulave. (Vazhdim)

7. Interpreto rezultatet statistikore në pikëpamje menagjeriale dhe vlerëso rëndësinë e tyre praktike.
    - Mund të konkludohet se thellësia mesatare e sforcimit nuk është 4.5 mm.

Hapat e përdorimit të *p*-vlerës
për të testuar një alternativë “E ndryshme”

(Hapat 1–3 janë njësoj)

4. Mbledh të dhënat e mostrës dhe llogarit vlerën e statistikës së testit.
   - Në rastin e shtytësve të valvulave, vlera e statistikës së testit ishte $z = -3.02$
5. Llogarit *p*-vlerën përkatëse për vlerën e statistikës së testit.
   - Në rastin e shtytësave të valvulave, dyfishi i syprinës nën lakoren normale standarde të bishtit të majtë të përcaktuar me vlerën $z = -3.02$
   - Syprina është $0.5 - 0.4987 = 0.0013$
   - *p*-vlera është $2(0.0013) = 0.0026$

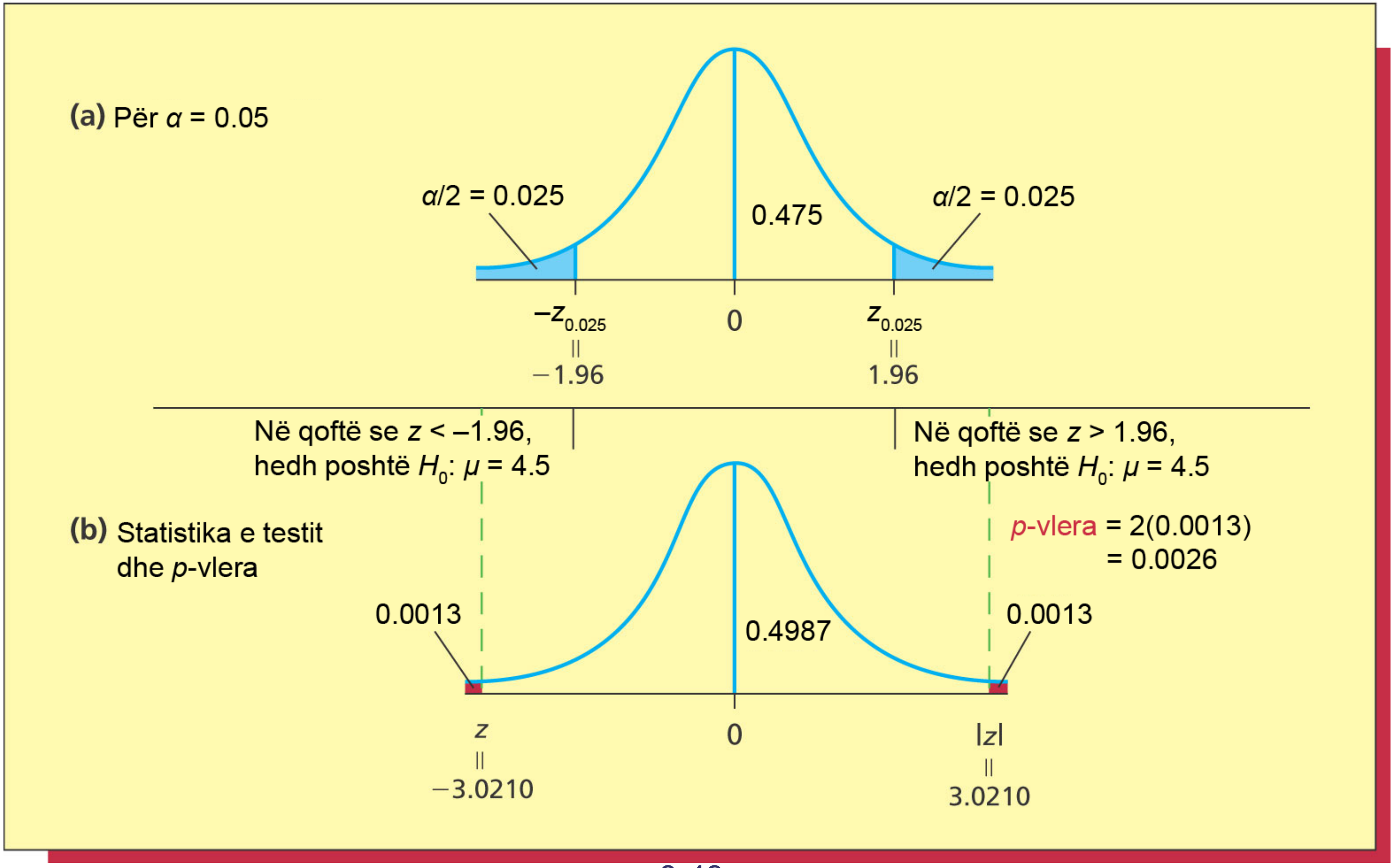
Hapat e përdorimit të *p*-vlerës

për të testuar një alternativë "E ndryshme". (Vazhdim)

5. ... Vazhdim
   - Në qoftë se H_0 është e saktë, probabiliteti 0.0026 i fitimit të një mostre mesatarje e së cilës është së paku ekstreme sa 4.26 mm.
   - Ky është aq i vogël, sa për të dëshmuar se H_0 është e pasaktë dhe duhet te hedhet poshtë.
6. Hedh poshtë H_0 në qoftë se *p*-vlera është më e vogël se α.
   - Në rastin tonë, $\alpha = 0.05$
   - *p*-vlera e llogaritur është $0.0026 < \alpha = 0.05$.
   - Prandaj, hedh poshtë H_0 në nivelin $\alpha = 0.05$ të rëndësisë.

Testimi i alternativës "E ndryshme" në rastin e shtytësve të valvulave

Testimi i H_0: $\mu = 4.5$ kundrejt H_a: $\mu \neq 4.5$ për $\alpha = 0.05$



Testimi i një hipoteze mbi një mesatare popullimi

Në qoftë se popullimi i zgjedhur është normal ose n i madh, mund ta **hedhim poshtë H_0: $\mu = \mu_0$ në nivel rëndësie α** atëherë dhe vetëm atëherë kur vlen **rregulla e hedhjes poshtë** ose, ekuivalente me të, në qoftë se p-vlera përkatëse është më e vogël se α.

Alternativa	Hedh poshtë H_0 nëse:	p-vlera
$H_a: \mu > \mu_0$	$z > z_\alpha$	Bishti i djathtë nën lak. norm. stand. i dhënë me z
$H_a: \mu < \mu_0$	$z < -z_\alpha$	Bishti i majtë nën lak. norm. stand. i dhënë me z
$H_a: \mu \neq \mu_0$	$\lvert z \rvert > z_{\alpha/2}$, d.m.th. $z > z_{\alpha/2}$ ose $z < -z_{\alpha/2}$	Bishti i dyfishtë nën lak. norm. stand. i dhënë me |z|

Statistika e testit

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$$

Nëse σ është e panjohur dhe n i madh, përafro σ me s.

Pesha e dëshmisë kundër hipotezës zero

- Llogarit statistikën e testit dhe *p*-vlerën përkatëse.
- Klasifiko fuqinë e konkludimit mbi hipotezën H_0 sipas rregullave vijuese:
  - Në qoftë se $p < 0.10$, atëherë ka **ca** dëshmi për të hedhur poshtë $H_{0.}$
  - Në qoftë se $p < 0.05$, atëherë ka dëshmi **të fortë** për të hedhur poshtë $H_{0.}$
  - Në qoftë se $p < 0.01$, atëherë ka dëshmi **shumë të fortë** për të hedhur poshtë $H_{0.}$
  - Në qoftë se $p < 0.001$, atëherë ka dëshmi **ekstremisht të fortë** për të hedhur poshtë $H_{0.}$

Intervalet e besueshmërisë
dhe testimi i hipotezave me alternativa të dyanshme

- Hipoteza zero H_0 mund të hedhet poshtë në favor të alternativës H_a me probablilitet α të gabimit të tipit I atëherë dhe vetëm atëherë kur $100(1 - \alpha)\%$ intervali i besueshmërisë për μ nuk e përmban μ_0
  - ku μ_0 është vlera e hipotetizuar për mesataren e popullimit
- Me fjalë tjera, në qoftë se intervali i besueshmërisë nuk e përmban vlerën e hipotetizuar μ_0, atëherë hipoteza mund të hedhet poshtë si e pasaktë.

Intervalet e besueshmërisë

dhe testimi i hipotezave me alternativa të dyanshme. (Vazhdim)

- α e përdorur këtu është e njëjta α e përdorur në kapitullin 7.
  - Niveli i besueshmërisë është $1 - \alpha$.
  - Niveli i rëndësisë është α.
  - $(1 - \alpha) + \alpha = 1$,
    prandaj niveli i besueshmërisë dhe niveli i rëndësisë janë komplementarë ndërmjet vedi.

Testet e mostrës së vogël mbi një mesatare popullimi

- Supozojmë se popullacioni i cili testohet është me shpërndarje normale.
- Devijimi standard σ është i panjohur, siç edhe ndodh zakonisht.
  - Prandaj, duhet të përafrohet me devijimin standard s të mostrës.
- Në qoftë se mostra është e vogël ($n \leq 30$), atëherë, nën këto dy kondita, duhet shfrytëzuar t-shpërndarjen për të testuar hipotezën.
  - Rikujtoni t-shpërndarjen nga kapitulli 7.

Përkufizimi i variablës së rastësishme *t*

- Përkufizojmë variablën e rastësishme *t*:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

Shpërndarja e zgjedhjeve e kësaj variableje të rastësishme është *t*-shpërndarje me $n - 1$ shkallë lirie.

Përkufizimi i *t*-statistikës

- Le të jetë $\bar{x}$ mesatarja e një mostre të madhësisë n me devijim standard s.
- Le të jetë μ_0 vlera e hipotetizuar e mesatares së popullimit.
- Definojmë një statistikë të re testi

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

- Në qoftë se popullimi që testohet është normal, dhe
- Në qoftë se s përdoret për të përafruar σ, atëherë...
- Shpërndarja e zgjedhjeve e t është t-shpërndarje me $n - 1$ shkallë lirie.

t-testet mbi një mesatare popullimi (σ e panjohur)

- Hedh poshtë H_0: $\mu = \mu_0$ në favor të hipotezës alternative H_a: $\mu \neq \mu_0$ në nivel rëndësie α atëherë dhe vetëm atëherë kur vlen rregulla përkatëse e hedhjes poshtë, ose, ekuivalente me këtë, p-vlera përkatëse është më e vogël se α.
- Kemi rregullat vijuese...

t-testet mbi një mesatare popullimi (σ e panjohur). (Vazhdim)

Hedh poshtë H_0: $\mu = \mu_0$ në nivel rëndësie α atëherë dhe vetëm atëherë kur vlen rregulla përkatëse e hedhjes poshtë, ose, ekuivalente me këtë, p-vlera përkatëse është më e vogël se α.

Alternativa	Hedh poshtë H_0 nëse:	*p*-vlera
$H_a: \mu > \mu_0$	$t > t_\alpha$	Bishti i djathtë nën *t*-shpërndarjen i dhënë me *t*
$H_a: \mu < \mu_0$	$t < -t_\alpha$	Bishti i majtë nën *t*-shpërndarjen i dhënë me *t*
$H_a: \mu \neq \mu_0$	$\lvert t \rvert > t_{\alpha/2}$, d.m.th. $t > t_{\alpha/2}$ ose $t < -t_{\alpha/2}$	Bishti i dyfishtë nën *t*-shpërndarjen i dhënë me |t|

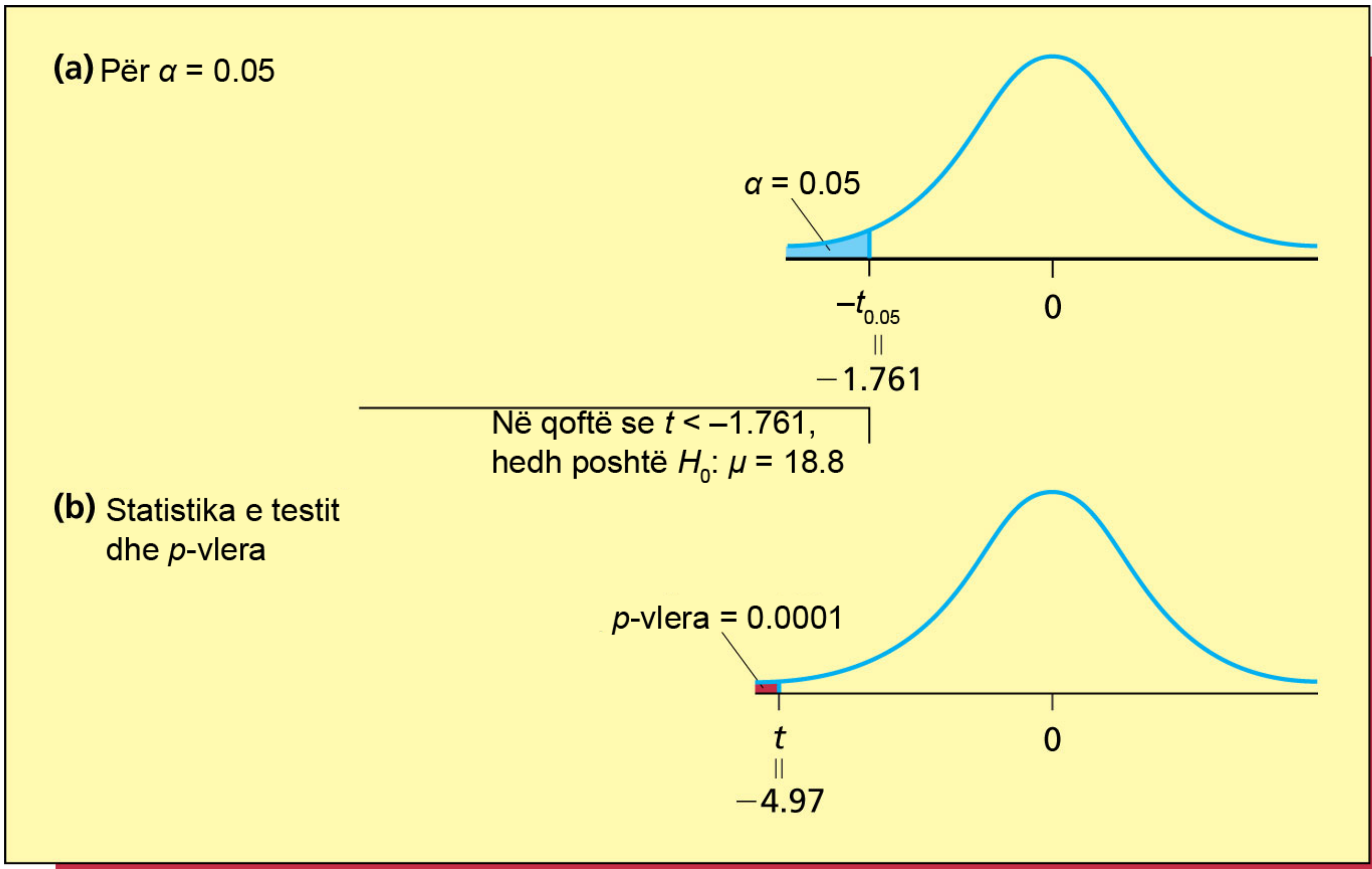
Statistika e testit

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$$

t_α, $t_{\alpha/2}$ dhe *p*-vlerat mbështeten në $n - 1$ shkallë lirie

t-testi mbi një mesatare në rastin përqindjeve të interesit

Shembulli 8.4. Testimi i H_0: $\mu \geq 18.8$ kundrejt H_a: $\mu < 18.8$ për $\alpha = 0.05$



Testet e hipotezave mbi një proporcion popullimi

Në qoftë se madhësia n e mostrës është e madhe,
mund **të hedhet poshtë H_0: $p = p_0$ në nivel rëndësie α** atëherë dhe vetëm atëherë kur vlen **rregulla e hedhjes poshtë** ose, ekuivalente me të, në qoftë se p-vlera përkatëse është më e vogël se α.

Alternativa	Hedh poshtë H_0 nëse:	p-vlera
$H_a : p > p_0$	$z > z_\alpha$	Bishti i djathtë nën lak. norm. stand. i dhënë me z
$H_a : p < p_0$	$z < -z_\alpha$	Bishti i majtë nën lak. norm. stand. i dhënë me z
$H_a : p \neq p_0$	$\lvert z \rvert > z_{\alpha/2}$, d.m.th., $z > z_{\alpha/2}$ ose $z < -z_{\alpha/2}$	Bishti i dyfishtë nën lak. norm. stand. i dhënë me |z|

Statistika e testit

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

Testet e hipotezave mbi një proporcion: Rasti i proporcionit të pacientëve

- Shembulli 8.7.
  - Testimi i H_0: $p \le 0.70$ kundrejt H_a: $p > 0.70$

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\dfrac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0.77 - 0.70}{\sqrt{\dfrac{0.70(1-0.70)}{300}}} = 2.65$$

$$z = 2.65 > z_{0.05} = 1.645, \quad z = 2.65 > z_{0.01} = 2.33, \quad z = 2.65 < z_{0.001} = 3.09$$

$$p\text{ - vlera} = P(z \ge 2.65) = (0.5 - 0.4960) = 0.004$$

Probabilitetet e gabimeve të tipit II

- Kërkohet probabiliteti β i moshedhjes poshtë së hipotezës zero të pasaktë
  - D.m.th., kërkohet probabiliteti β i shkaktimit të gabimit të tipit II
  - $1 - \beta$ quhet fuqia e testit

Llogaritja e β

- Supozojmë se popullimi i zgjedhur është me shpërndarje normale ose se është zgjedhur mostër e madhe
- Testojmë H_0: $\mu = \mu_0$ kundrejt H_a: $\mu < \mu_0$ ose H_a: $\mu > \mu_0$ ose H_a: $\mu \neq \mu_0$
- Dëshirojmë që gabimi i tipit I të jetë α dhe të zgjedhim rastësisht një mostër të madhësisë n
- Probabiliteti β i bërjes së gabimit të tipit II përkatës për vlerën alternative μ_a për μ është i barabartë me syprinën e bishtit të majtë nën lakoren normale standarde të

$$z^* - \frac{\left|\mu_0 - \mu_a\right|}{\sigma / \sqrt{n}}$$

  - $z^* = z_\alpha$ në qoftë se hipoteza alternative është e njëanshme ($\mu < \mu_0$ or $\mu > \mu_0$)
  - $z^* = z_{\alpha/2}$ në qoftë se hipoteza alternative është e dyanshme ($\mu \neq \mu_0$)

Madhësia e mostrës

- Supozojmë se popullimi i zgjedhur është me shpërndarje normale ose se është zgjedhur mostër e madhe.
- Testojmë H_0: $\mu = \mu_0$ kundrejt H_a: $\mu < \mu_0$ ose H_a: $\mu > \mu_0$ ose H_a: $\mu \neq \mu_0$.
- Dëshirojmë që gabimi i tipit I të jetë α dhe që gabimi i tipit II përkatës për vlerës alternative μ_a për μ të jetë β.
- Atëhere, marrim mostër të madhësisë

$$n = \frac{\left(z^* + z_\beta\right)^2 \sigma^2}{\left(\mu_0 - \mu_a\right)^2}$$

  - $z^* = z_\alpha$ në qoftë se hipoteza alternative është e njëanshme ($\mu < \mu_0$ or $\mu > \mu_0$)
  - $z^* = z_{\alpha/2}$ në qoftë se hipoteza alternative është e dyanshme ($\mu \neq \mu_0$)
  - z_β është pika nën lakoren normale standarde që jep syprinën e bishtit të djathtë të barabartë me β.