Rentat periodike

F. M. Berisha, N. Berisha

Universiteti i Prishtinës

Qëllimet dhe objektivat

- Të kuptuarit e lidhmërisë ndërmjet njehsimeve të vlerave të tashme të interesit të përbërë dhe rentave periodike
- Njehsimi i rentave periodike me kapitalizim periodik
- Zbatimi në aplikacione praktike

Përmbajtja

Vlera e tashme e rentave periodike

- Supozojmë se, në emër të një shume të deponuar më parë me interes të përbërë, në fund të çdo viti,
  për n vite do të merren *renta periodike* të barabarta R,
  të cilat fitojnë interes me përqindje vjetore $p\%$ (p.a.d)
  dhe kapitalizim vjetor.
- Të dhënat:
  - M – vlera e tashme e rentave periodike, ose *miza*,
  - R – vlera e një rente periodike,
  - p – përqindja vjetore e interesit të përbërë,
  - n – numri i viteve të kohëzgjatjes së kontratës.

Vlera e tashmme e rentave periodike. (Vazhdim)

- Vlera e tashme e rentës së parë (të skontuar për 1 kapitalizim):

$$R \cdot \frac{1}{r}, \qquad \text{ku} \quad r = 1 + \frac{p}{100}$$

- Vlera e tashme e rentës së dytë (të skontuar për 2 kapitalizime):

$$R \cdot \frac{1}{r^2}$$

- ...
- Vlera e tashme e rentës së fundit (të skontuar për n kapitalizime):

$$R \cdot \frac{1}{r^n}$$

Vlera e tashmme e rentave periodike. (Vazhdim)

- Kështu, vlera sot e të gjitha rentave periodike është

$$\begin{aligned} M = R \cdot \frac{1}{r} + R \cdot \frac{1}{r^2} + \cdots + R \cdot \frac{1}{r^n} \\ = R \cdot \frac{1}{r^n}(r^{n-1} + r^{n-2} + r^{n-3} + \cdots + 1). \end{aligned}$$

- Rikujtojmë shumën e një progresioni gjeometrik:

$$1 + r + r^2 + \cdots + r^{n-1} = \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

Vlera e tashmme e rentave periodike me kapitalizim vjetor

Vlera e tashme e rentave periodike (miza)

Në qoftë se në fund të çdo viti, për n vite merren nga R € me përqindje interesi $p\%$ (p.a.d.) dhe kapitalizim vjetor, *vlera e tashme (miza)* e nevojshme është

$$\boxed{M = R\frac{r^n - 1}{r^n(r-1)},}$$

Vlera e tashme me kapitalizim vjetor

Example

Sa duhet deponuar në bankë sot me interes 10% (p.a.d) dhe kapitalizim vjetor ashtu që 12 vjetët vijuese të merren renta periodike prej 5,000 €?

Vlera e tashme me kapitalizim vjetor. (Vazhdim)

Solution.

Janë dhënë $R = 5{,}000$, $p = 10$, $n = 12$.

$$M = R\frac{r^n - 1}{r^n(r-1)}$$

$$r = 1 + \frac{10}{100} = 1.1$$

$$M = 5{,}000 \cdot \frac{1.1^{12} - 1}{1.1^{12} \cdot (1.1 - 1)}$$

$$\approx 5{,}000 \cdot 6.813692 \approx 34{,}068.46.$$

Vlera e tashme me kapitalizim periodik

Example

Sa duhet deponuar në bankë sot me interes 8% (p.a.d) dhe kapitalizim semestral ashtu që 12 vjetët vijuese të merren nga 4,000 € në fund të çdo semestri (gjashtëmujori)?

Vlera e tashme e rentave me kapitalizim periodik

Vlera e tashme e rentave (miza) me kapitalizim periodik

Në qoftë se në fund të çdo periudhe, m herë në vit,
për n vite merren nga R € me përqindje interesi $p\%$ (p.a.d.)
dhe m kapitalizime në vit,
vlera e tashme (miza) e nevojshme është

$$\boxed{M = R\frac{r^{mn}-1}{r^{mn}(r-1)},}$$

ku tani

$$\boxed{r = 1 + \frac{p}{100m}.}$$

Vlera e tashme me kapitalizim periodik. (Vazhdim)

Solution.

Janë dhënë $R = 4{,}000,\ p = 8,\ n = 12,\ m = 2.$

$$r = 1 + \frac{8}{100 \cdot 2} = 1.04$$

$$M = 4{,}000 \cdot \frac{1.04^{2 \cdot 12} - 1}{1.04^{2 \cdot 12} \cdot (1.04 - 1)} \approx 4{,}000 \cdot 15.246963 \approx 60{,}987.85.$$

$\square$

Kohëzgjatja e rentave periodike

Example

Në bankë janë deponuar 87,700 € me 6% (p.a.d) dhe kapitalizim semestral. Të llogaritet sa herë mund të merren renta periodike gjashtëmujore prej 5,000 €?

Kohëzgjatja e rentave periodike. (Vazhdim)

Solution.

Kemi $M = 87{,}700,\ R = 5{,}000,\ p = 6,\ m = 2,$

$$r = 1 + \frac{p}{100m} = 1 + \frac{6}{100 \cdot 2} = 1.03.$$

$$87{,}700 = 5{,}000 \frac{1.03^{2n} - 1}{1.03^{2n}(1.03 - 1)},$$

$$\frac{877}{50} \cdot 0.03 = \frac{1.03^{2n} - 1}{1.03^{2n}},$$

$$0.5262 \cdot 1.03^{2n} = 1.03^{2n} - 1.$$

□

Kohëzgjatja e rentave periodike. (Vazhdim)

Solution.

$$1.03^{2n}(1 - 0.5262) = 1$$

$$1.03^{2n} = \frac{1}{0.4738}$$

$$2n \log 1.03 \approx \log 2.110595$$

$$2n \approx \frac{\log 2.110595}{\log 1.03} \approx 25.27$$

Pra, $25 < 2n < 26$, që d.m.th. se merren 25 renta të plota nga 5,000 €. $\square$

Udhëzime për lexim të mëtejmë

- `http://www.fberisha.org`
- Detyrë shtëpie: Detyrat për ushtrime nga materiali mësimor.
- F. M. Berisha, M. Q. Berisha, *Matematikë – për biznes dhe ekonomiks,* fq. 85–90.

Përfundim

- Lidhmëria ndërmjet njehsimit të vlerës së tashme të interesit të përbërë dhe asaj të rentave periodike.
- Zgjidhja e aplikacioneve të rentave periodike
  - me një kapitalizim në vit
  - me kapitalizim periodik