

Matematikë e biznesit II

Provimi periodik 2/2, Forma: A

Emri: _____

Nr. ID: _____

Drejtimi: _____

Data: _____

Zgjedhni përgjeggjen korrekte (duke rrethuar **vetëm njërin** nga optionet e ofruara).

1. Çmimi i rregullt i një bilete teatri është 30 €. Të enjten çmimi është zbritur për 30 %. Sa është çmimi i një bilete të enjten mbrëma?
 - (a) 16 €
 - (b) 20 €
 - (c) 21 €
2. Këtë vit çmimi i një artikulli është 50 €, që është 25% më tepër sesa vitin e shkuar. Sa ishte çmimi i artikullit vitin e shkuar?
 - (a) 40 €
 - (b) 38 €
 - (c) 35 €
3. Gjatë vitit të kaluar çmimi i një malli u ngrit nga 9625 nj.m. në 9933 nj.m. Sa ishte përqindja e rritjes së çmimit?
 - (a) 1.6
 - (b) 2.4
 - (c) 3.2

Shkruani zgjidhjet në hapësirat e zbrazëta. Në rast nevojë, mund të shfytëzoni faqen tjetër të fletës për llogaritje më të gjata.

4. Në bankë janë deponuar 30000 nj.m. me 4% (p.a.d) dhe kapitalizim gjashtëmujor. Të llogaritet sa herë mund të merren renta gjashtëmujore prej 2000 nj.m.?

5. Llogaritni në detyrën paraprahe sa është vlera e rentës së fundit **jo të plotë** e cila mbetet për t'u paguar?
6. Për blerje të një objekti njëri blerës ofron 135 000 nj.m. të gatshme, kurse blerësi tjetër 80000 nj.m. të gatshme dhe 80000 nj.m. pas 4 vjetësh. Cila ofertë është më e volitshme për shitësin në qoftë se shitësi për pagesat e mëvonshme njehson interesin me 4% (p.a.d) dhe kapitalizim mujor?
7. Për sa nj.m. do të rriten 5500 nj.m. 7 vjet me 8% (p.a.d) dhe kapitalizim tremujor?
8. Një bankë ka rezervat të shpërndara nëpër qendrat e veta në Maqedoni, Kosovë, Shqipëri dhe Mal të Zi në përpjesë sikurse 3 : 5 : 7 : 2. Sa nj.m. rezerva ka banka në Maqedoni në qoftë se vlera e përgjithshme e rezervave

të saj është 3 400 000 nj.m.

9. Personi ka marrë kredi më 17 qershor 20 000 nj.m. me kamatë vjetore 12%.
Sa do të paguajë në qoftë se kredinë e kthen më 10 janar të vitit vijues?

10. Për sa muaj kapitali prej 15000 nj.m. me 10% interes vjetor (**të thjeshtë**)
do të sjellë 16000 nj.m.?

Çelësi i provimit A

Zgjedhni përgjigjjen korrekte (duke rrethuar **vetëm njërin** nga optionet e ofruara).

1. Çmimi i rregullt i një bilete teatri është 30 €. Të enjten çmimi është zbritur për 30 %. Sa është çmimi i një bilete të enjten mbrëma?
(a) 16 €
(b) 20 €
(c) 21 €
2. Këtë vit çmimi i një artikulli është 50 €, që është 25% më tepër sesa vitin e shkuar. Sa ishte çmimi i artikullit vitin e shkuar?
(a) 40 €
(b) 38 €
(c) 35 €
3. Gjatë vitit të kaluar çmimi i një malli u ngrit nga 9625 nj.m. në 9933 nj.m. Sa ishte përqindja e rritjes së çmimit?
(a) 1.6
(b) 2.4
(c) 3.2

Shkruani zgjidhjet në hapësirat e zbrazëta. Në rast nevojë, mund të shfytëzoni faqen tjetër të fletës për llogaritje më të gjata.

4. Në bankë janë deponuar 30000 nj.m. me 4% (p.a.d) dhe kapitalizim gjashtëmuor. Të llogaritet sa herë mund të merren renta gjashtëmuore prej 2000 nj.m.?

Zgjidhje. Janë dhënë $M = 30000$, $R = 2000$, $p = 4$, $m = 2$. Llogarisim vlerën e $2n$. Kemi

$$r = 1 + \frac{p}{100m},$$

d.m.th.

$$r = 1 + \frac{4}{100 \cdot 2} = 1.02.$$

Duke zëvendësuar vlerat në formulën

$$M = R \frac{r^{mn} - 1}{r^{mn}(r - 1)},$$

fitojmë

$$30000 = 2000 \frac{1.02^{2n} - 1}{1.02^{2n}(1.02 - 1)},$$

d.m.th.,

$$\frac{30000}{2000} \cdot (1.02 - 1) = \frac{1.02^{2n} - 1}{1.02^{2n}},$$

ose

$$0.3 \cdot 1.02^{2n} \approx 1.02^{2n} - 1.$$

Prej këtej

$$1.02^{2n}(1 - 0.3) = 1,$$

ose

$$1.02^{2n} = \frac{1}{1 - 0.3}.$$

Duke logaritmuar anë për anë barazimin e fundit marrim

$$2n \log 1.02 \approx \log 1.42857,$$

d.m.th.

$$2n \approx \frac{\log 1.42857}{\log 1.02} \approx 18.01.$$

Pra, mund të merren 18 renta të plota (dhe një rentë jo e plotë).

5. Llogaritni në detyrën paraprake sa është vlera e rentës së fundit **jo të plotë** e cila mbetet për t'u paguar?

Zgjidhje. Llogarisim së pari mizën e nevojshme për 18 renta të plota.

Kemi

$$\bar{M} = R \frac{r^{mn} - 1}{r^{mn}(r - 1)},$$

d.m.th.,

$$\bar{M} = R \frac{1.02^{18} - 1}{1.02^{18}(1.02 - 1)} \approx 29984.06.$$

Tani për kapitalin fillestar

$$K = M - \bar{M} \approx 30000 - 29984.06 = 15.94$$

llogarisim gjendjen përfundimtare pas 19 kapitalizimesh:

$$K_{19} = K \left(1 + \frac{p}{100m}\right)^{19} = K \left(1 + \frac{4}{100 \cdot 2}\right)^{19} \approx 23.22.$$

Është kjo pikërisht vlera e rentës së 19-të jo të plotë.

6. Për blerje të një objekti njëri blerës ofron 135 000 nj.m. të gatshme, kurse blerësi tjetër 80000 nj.m. të gatshme dhe 80000 nj.m. pas 4 vjetësh. Cila ofertë është më e volitshme për shitësin në qoftë se shitësi për pagesat e mëvonshme njehson interesin me 4% (p.a.d) dhe kapitalizim mujor?

Zgjidhje. Vlera sot e ofertës të blerësit të dytë është

$$80000 + K.$$

Vlerën e K e gjejmë nga formula

$$K_{mn} = K \left(1 + \frac{p}{100m} \right)^{mn},$$

d.m.th.

$$K = \frac{K_{mn}}{\left(1 + \frac{p}{100m} \right)^{mn}}.$$

Duke zëvendësuar vlerat $n = 4$, $K_{12 \cdot 4} = 80000$, $p = 7$, $m = 12$ fitojmë

$$80000 + K = 80000 + \frac{80000}{\left(1 + \frac{4}{100 \cdot 12} \right)^{12 \cdot 4}} \approx 148189.64.$$

Pra, më e volitshme është oferta e blerësit të dytë.

7. Për sa nj.m. do të rriten 5500 nj.m. 7 vjet me 8% (p.a.d) dhe kapitalizim tremujor?

Zgjidhje. Kemi $K = 5500$, $n = 7$, $p = 8$, $m = 4$. Zëvendësojmë vlerat në formulën

$$K_{mn} = K \left(1 + \frac{p}{100m} \right)^{mn},$$

për të fituar

$$K_{4 \cdot 7} = 5500 \left(1 + \frac{8}{100 \cdot 4} \right)^{4 \cdot 7} \approx 8846.40.$$

Tani, vlera e interesit është

$$I = K_{mn} - K \approx 8846.40 - 5500 = 3346.4.$$

8. Një bankë ka rezervat të shpërndara nëpër qendrat e veta në Maqedoni, Kosovë, Shqipëri dhe Mal të Zi në përpjesë sikurse 3 : 5 : 7 : 2. Sa nj.m. rezerva ka banka në Maqedoni në qoftë se vlera e përgjithshme e rezervave të saj është 3 400 000 nj.m.

Zgjidhje. Kemi $K = 3\,400\,000$, $r_1 = 3$, $r_2 = 5$, $r_3 = 7$, $r_4 = 2$. Gjejmë

$$\begin{aligned} A &= \frac{K}{r_1 + r_2 + r_3 + r_4} \\ &= \frac{3\,400\,000}{3 + 5 + 7 + 2} = \frac{3\,400\,000}{17} = 200\,000. \end{aligned}$$

Prandaj,

$$k_1 = Ar_1 = 200\,000 \cdot 3 = 600\,000.$$

9. Personi ka marrë kredi më 17 qershor 20 000 nj.m. me kamatë vjetore 12%. Sa do të paguajë në qoftë se kredinë e kthen më 10 janar të vitit vijues?

Zgjidhje. Kemi $K = 20\,000$, $p = 12$, $d = 6 \cdot 30 + 23 = 203$. Zëvendësojmë këto vlera në formulën për llogatijen e interesit të thjeshtë në baza ditore

$$I = \frac{Kpd}{100 \cdot 360},$$

për të fituar

$$I = \frac{20\,000 \cdot 12 \cdot 203}{36000} \approx 1353.33.$$

Vlera e shtuar do të jetë

$$K + I \approx 20\,000 + 1353.33 = 21353.33.$$

10. Për sa muaj kapitali prej 15000 nj.m. me 10% interes vjetor (**të thjeshtë**) do të sjellë 16000 nj.m.?

Zgjidhje. Kemi $K = 15000$, $p = 10$ dhe

$$K + I = 16000.$$

Nga barazimi i fundit dhe formula për njehsimin e interesit të thjeshtë

$$I = \frac{Kpm}{1200},$$

fitojmë

$$15000 + \frac{15000 \cdot 10 \cdot m}{1200} = 16000;$$

rrjedhimisht,

$$m = (16000 - 15000) \cdot \frac{1200}{15000 \cdot 10} \approx 8.$$

Matematikë e biznesit II

Provimi periodik 2/2, Forma: B

Emri: _____

Nr. ID: _____

Drejtimi: _____

Data: _____

Zgjedhni përgjeggjen korrekte (duke rrethuar **vetëm njërin** nga optionet e ofruara).

1. Këtë vit çmimi i një artikulli është 30 €, që është 20% më tepër sesa vitin e shkuar. Sa ishte çmimi i artikullit vitin e shkuar?
 - (a) 27 €
 - (b) 25 €
 - (c) 20 €
2. Çmimi i rregullt i një bilete teatri është 25 €. Të enjten çmimi është zbritur për 20 %. Sa është çmimi i një bilete të enjten mbrëma?
 - (a) 16 €
 - (b) 20 €
 - (c) 21 €
3. Gjatë vitit të kaluar çmimi i një malli u ngrit nga 9375 nj.m. në 9600 nj.m. Sa ishte përqindja e rritjes së çmimit?
 - (a) 1.6
 - (b) 2.4
 - (c) 3.2

Shkruani zgjidhjet në hapësirat e zbrazëta. Në rast nevojë, mund të shfytëzoni faqen tjetër të fletës për llogaritje më të gjata.

4. Për sa muaj kapitali prej 20000 nj.m. me 11% interes vjetor (**të thjeshtë**) do të sjellë 21000 nj.m.?

5. Për blerje të një objekti njëri blerës ofron 135 000 nj.m. të gatshme, kurse blerësi tjetër 70000 nj.m. të gatshme dhe 70000 nj.m. pas 5 vjetësh. Cila ofertë është më e volitshme për shitësin në qoftë se shitësi për pagesat e mëvonshme njehson interesin me 4% (p.a.d) dhe kapitalizim mujor?
6. Në bankë janë deponuar 20000 nj.m. me 6% (p.a.d) dhe kapitalizim mujor. Të llogaritet sa herë mund të merren renta mujore prej 1000 nj.m.?
7. Llogaritni në detyrën paraprake sa është vlera e rentës së fundit **jo të plotë** e cila mbetet për t'u paguar?
8. Për sa nj.m. do të rriten 5700 nj.m. 8 vjet me 6% (p.a.d) dhe kapitalizim

mujor?

9. Një bankë ka rezervat të shpërndara nëpër qendrat e veta në Maqedoni, Kosovë, Shqipëri dhe Mal të Zi në përpjesë sikurse $3 : 5 : 7 : 2$. Sa nj.m. rezerva ka banka në Kosovë në qoftë se vlera e përgjithshme e rezervave të saj është 3 400 000 nj.m.

10. Personi ka marrë kredi më 17 qershor 15 000 nj.m. me kamatë vjetore 12%. Sa do të paguajë në qoftë se kredinë e kthen më 10 shkurt të vitit vijues?

Çelësi i provimit B

Zgjedhni përgjigjen korrekte (duke rrethuar **vetëm njërin** nga optionet e ofruara).

1. Këtë vit çmimi i një artikulli është 30 €, që është 20% më tepër sesa vitin e shkuar. Sa ishte çmimi i artikullit vitin e shkuar?

(a) 27 €

(b) 25 €

(c) 20 €
2. Çmimi i rregullt i një bilete teatri është 25 €. Të enjten çmimi është zbritur për 20 %. Sa është çmimi i një bilete të enjten mbrëma?

(a) 16 €

(b) 20 €

(c) 21 €
3. Gjatë vitit të kaluar çmimi i një malli u ngrit nga 9375 nj.m. në 9600 nj.m. Sa ishte përqindja e rritjes së çmimit?

(a) 1.6

(b) 2.4

(c) 3.2

Shkruani zgjidhjet në hapësirat e zbrazëta. Në rast nevojë, mund të shfytëzoni faqen tjetër të fletës për llogaritje më të gjata.

4. Për sa muaj kapitali prej 20000 nj.m. me 11% interes vjetor (**të thjeshtë**) do të sjellë 21000 nj.m.?

Zgjidhje. Kemi $K = 20000$, $p = 11$ dhe

$$K + I = 21000.$$

Nga barazimi i fundit dhe formula për njehsimin e interesit të thjeshtë

$$I = \frac{Kpm}{1200},$$

fitojmë

$$20000 + \frac{20000 \cdot 11 \cdot m}{1200} = 21000;$$

rrjedhimisht,

$$m = (21000 - 20000) \cdot \frac{1200}{20000 \cdot 11} \approx 5.45.$$

5. Për blerje të një objekti njëri blerës ofron 135 000 nj.m. të gatshme, kurse blerësi tjetër 70000 nj.m. të gatshme dhe 70000 nj.m. pas 5 vjetësh. Cila ofertë është më e volitshme për shitësin në qoftë se shitësi për pagesat e mëvonshme njehson interesin me 4% (p.a.d) dhe kapitalizim mujor?

Zgjidhje. Vlera sot e ofertës të blerësit të dytë është

$$70000 + K.$$

Vlerën e K e gjejmë nga formula

$$K_{mn} = K \left(1 + \frac{p}{100m} \right)^{mn},$$

d.m.th.

$$K = \frac{K_{mn}}{\left(1 + \frac{p}{100m} \right)^{mn}}.$$

Duke zëvendësuar vlerat $n = 5$, $K_{12.5} = 70000$, $p = 7$, $m = 12$ fitojmë

$$70000 + K = 70000 + \frac{70000}{\left(1 + \frac{4}{100 \cdot 12} \right)^{12 \cdot 5}} \approx 127330.22.$$

Pra, më e volitshme është oferta e blerësit të parë.

6. Në bankë janë deponuar 20000 nj.m. me 6% (p.a.d) dhe kapitalizim mujor. Të llogaritet sa herë mund të merren renta mujore prej 1000 nj.m.?

Zgjidhje. Janë dhënë $M = 20000$, $R = 1000$, $p = 6$, $m = 12$. Llogarisim vlerën e $12n$. Kemi

$$r = 1 + \frac{p}{100m},$$

d.m.th.

$$r = 1 + \frac{6}{100 \cdot 12} = 1.005.$$

Duke zëvendësuar vlerat në formulën

$$M = R \frac{r^{mn} - 1}{r^{mn}(r - 1)},$$

fitojmë

$$20000 = 1000 \frac{1.005^{12n} - 1}{1.005^{12n}(1.005 - 1)},$$

d.m.th.,

$$\frac{20000}{1000} \cdot (1.005 - 1) = \frac{1.005^{12n} - 1}{1.005^{12n}},$$

ose

$$0.1 \cdot 1.005^{12n} \approx 1.005^{12n} - 1.$$

Prej këtij

$$1.005^{12n}(1 - 0.1) = 1,$$

ose

$$1.005^{12n} = \frac{1}{1 - 0.1}.$$

Duke logaritmuar anë për anë barazimin e fundit marrim

$$12n \log 1.005 \approx \log 1.11111,$$

d.m.th.

$$12n \approx \frac{\log 1.11111}{\log 1.005} \approx 21.12.$$

Pra, mund të merren 21 renta të plota (dhe një rentë jo e plotë).

7. Llogaritni në detyrën paraprake sa është vlera e rentës së fundit **jo të plotë** e cila mbetet për t'u paguar?

Zgjidhje. Llogarisim së pari mizën e nevojshme për 21 renta të plota.

Kemi

$$\bar{M} = R \frac{r^{mn} - 1}{r^{mn}(r - 1)},$$

d.m.th.,

$$\bar{M} = R \frac{1.005^{21} - 1}{1.005^{21}(1.005 - 1)} \approx 19887.98.$$

Tani për kapitalin fillestar

$$K = M - \bar{M} \approx 20000 - 19887.98 = 112.02$$

llogarisim gjendjen përfundimtare pas 22 kapitalizimesh:

$$K_{22} = K \left(1 + \frac{p}{100m}\right)^{22} = K \left(1 + \frac{6}{100 \cdot 12}\right)^{22} \approx 125.01.$$

Është kjo pikërisht vlera e rentës së 22-të jo të plotë.

8. Për sa nj.m. do të rriten 5700 nj.m. 8 vjet me 6% (p.a.d) dhe kapitalizim mujor?

Zgjidhje. Kemi $K = 5700$, $n = 8$, $p = 6$, $m = 12$. Zëvendësojmë vlerat në formulën

$$K_{mn} = K \left(1 + \frac{p}{100m}\right)^{mn},$$

për të fituar

$$K_{12 \cdot 8} = 5700 \left(1 + \frac{6}{100 \cdot 12}\right)^{12 \cdot 8} \approx 7688.45.$$

Tani, vlera e interesit është

$$I = K_{mn} - K \approx 7688.45 - 5700 = 1988.45.$$

9. Një bankë ka rezervat të shpërndara nëpër qendrat e veta në Maqedoni, Kosovë, Shqipëri dhe Mal të Zi në përpjesë sikurse 3 : 5 : 7 : 2. Sa nj.m. rezerva ka banka në Kosovë në qoftë se vlera e përgjithshme e rezervave të saj është 3 400 000 nj.m.

Zgjidhje. Kemi $K = 3\,400\,000$, $r_1 = 3$, $r_2 = 5$, $r_3 = 7$, $r_4 = 2$. Gjejmë

$$A = \frac{K}{r_1 + r_2 + r_3 + r_4} = \frac{3\,400\,000}{3 + 5 + 7 + 2} = \frac{3\,400\,000}{17} = 200\,000.$$

Prandaj,

$$k_2 = Ar_2 = 200\,000 \cdot 5 = 1\,000\,000.$$

10. Personi ka marrë kredi më 17 qershor 15 000 nj.m. me kamatë vjetore 12%. Sa do të paguajë në qoftë se kredinë e kthen më 10 shkurt të vitit vijues?

Zgjidhje. Kemi $K = 15\,000$, $p = 12$, $d = 7 \cdot 30 + 23 = 233$. Zëvendësojmë këto vlera në formulën për llogatijen e interesit të thjeshtë në baza ditore

$$I = \frac{Kpd}{100 \cdot 360},$$

për të fituar

$$I = \frac{15\,000 \cdot 12 \cdot 233}{36000} \approx 1165.$$

Vlera e shtuar do të jetë

$$K + I \approx 15\,000 + 1165 = 16165.$$

Matematikë e biznesit II

Provimi periodik 2/2, Forma: C

Emri: _____

Nr. ID: _____

Drejtimi: _____

Data: _____

Zgjedhni përgjeggjen korrekte (duke rrethuar **vetëm njërin** nga optionet e ofruara).

1. Këtë vit çmimi i një artikulli është 26 €, që është 30% më tepër sesa vitin e shkuar. Sa ishte çmimi i artikullit vitin e shkuar?
 - (a) 21 €
 - (b) 20 €
 - (c) 19 €
2. Çmimi i rregullt i një bilete teatri është 20 €. Të premtën çmimi është zbritur për 20 %. Sa është çmimi i një bilete të premtën mbrëma?
 - (a) 12 €
 - (b) 13 €
 - (c) 16 €
3. Gjatë vitit të kaluar çmimi i një malli u ngrit nga 9875 nj.m. në 10033 nj.m. Sa ishte përqindja e rritjes së çmimit?
 - (a) 1.6
 - (b) 2.4
 - (c) 3.2

Shkruani zgjidhjet në hapësirat e zbrazëta. Në rast nevojë, mund të shfytëzoni faqen tjetër të fletës për llogaritje më të gjata.

4. Një bankë ka rezervat të shpërndara nëpër qendrat e veta në Maqedoni, Kosovë, Shqipëri dhe Mal të Zi në përpjesë sikurse 3 : 5 : 7 : 2. Sa nj.m. rezerva ka banka në Shqipëri në qoftë se vlera e përgjithshme e rezervave të saj është 3 400 000 nj.m.

5. Për sa muaj kapitali prej 25000 nj.m. me 12% interes vjetor (**të thjeshtë**) do të sjellë 27000 nj.m.?
6. Për sa nj.m. do të rriten 5100 nj.m. 5 vjet me 4% (p.a.d) dhe kapitalizim semestral?
7. Personi ka marrë kredi më 18 qershor 10 000 nj.m. me kamatë vjetore 12%. Sa do të paguajë në qoftë se kredinë e kthen më 11 mars të vitit vijues?
8. Për blerje të një objekti njëri blerës ofron 95 000 nj.m. të gatshme, kurse blerësi tjetër 60000 nj.m. të gatshme dhe 60000 nj.m. pas 6 vjetësh. Cila ofertë është më e volitshme për shitësin në qoftë se shitësi për pagesat e mëvonshme njehson interesin me 4% (p.a.d) dhe kapitalizim katërmujor?

9. Në bankë janë deponuar 50000 nj.m. me 8% (p.a.d) dhe kapitalizim tremujor. Të llogaritet sa herë mund të merren renta tremujore prej 1500 nj.m.?

10. Llogaritni në detyrën paraprake sa është vlera e rentës së fundit **jo të plotë** e cila mbetet për t'u paguar?

Çelësi i provimit C

Zgjedhni përgjeggjen korrekte (duke rrethuar **vetëm njërin** nga optionet e ofruara).

1. Këtë vit çmimi i një artikulli është 26 €, që është 30% më tepër sesa vitin e shkuar. Sa ishte çmimi i artikullit vitin e shkuar?
(a) 21 €
(b) 20 €
(c) 19 €
2. Çmimi i rregullt i një bilete teatri është 20 €. Të premten çmimi është zbritur për 20 %. Sa është çmimi i një bilete të premten mbrëma?
(a) 12 €
(b) 13 €
(c) 16 €
3. Gjatë vitit të kaluar çmimi i një malli u ngrit nga 9875 nj.m. në 10033 nj.m. Sa ishte përqindja e rritjes së çmimit?
(a) 1.6
(b) 2.4
(c) 3.2

Shkruani zgjidhjet në hapësirat e zbrazëta. Në rast nevojë, mund të shfytëzoni faqen tjetër të fletës për llogaritje më të gjata.

4. Një bankë ka rezervat të shpërndara nëpër qendrat e veta në Maqedoni, Kosovë, Shqipëri dhe Mal të Zi në përpjesë sikurse $3 : 5 : 7 : 2$. Sa nj.m. rezerva ka banka në Shqipëri në qoftë se vlera e përgjithshme e rezervave të saj është 3 400 000 nj.m.

Zgjidhje. Kemi $K = 3\,400\,000$, $r_1 = 3$, $r_2 = 5$, $r_3 = 7$, $r_4 = 2$. Gjejmë

$$A = \frac{K}{r_1 + r_2 + r_3 + r_4} = \frac{3\,400\,000}{3 + 5 + 7 + 2} = \frac{3\,400\,000}{17} = 200\,000.$$

Prandaj,

$$k_3 = Ar_3 = 200\,000 \cdot 7 = 1\,400\,000.$$

5. Për sa muaj kapitali prej 25000 nj.m. me 12% interes vjetor (**të thjeshtë**) do të sjellë 27000 nj.m.?

Zgjidhje. Kemi $K = 25000$, $p = 12$ dhe

$$K + I = 27000.$$

Nga barazimi i fundit dhe formula për njehsimin e interesit të thjeshtë

$$I = \frac{Kpm}{1200},$$

fitojmë

$$25000 + \frac{25000 \cdot 12 \cdot m}{1200} = 27000;$$

rrjedhimisht,

$$m = (27000 - 25000) \cdot \frac{1200}{25000 \cdot 12} \approx 8.$$

6. Për sa nj.m. do të rriten 5100 nj.m. 5 vjet me 4% (p.a.d) dhe kapitalizim semestral?

Zgjidhje. Kemi $K = 5100$, $n = 5$, $p = 4$, $m = 2$. Zëvendësojmë vlerat në formulën

$$K_{mn} = K \left(1 + \frac{p}{100m} \right)^{mn},$$

për të fituar

$$K_{2.5} = 5100 \left(1 + \frac{4}{100 \cdot 2} \right)^{2 \cdot 5} \approx 7001.21.$$

Tani, vlera e interesit është

$$I = K_{mn} - K \approx 7001.21 - 5100 = 1901.21.$$

7. Personi ka marrë kredi më 18 qershor 10 000 nj.m. me kamatë vjetore 12%. Sa do të paguajë në qoftë se kredinë e kthen më 11 mars të vitit vijues?

Zgjidhje. Kemi $K = 10\,000$, $p = 12$, $d = 8 \cdot 30 + 23 = 263$. Zëvendësojmë këto vlera në formulën për llogatijen e interesit të thjeshtë në baza ditore

$$I = \frac{Kpd}{100 \cdot 360},$$

për të fituar

$$I = \frac{10\,000 \cdot 12 \cdot 263}{36000} \approx 876.67.$$

Vlera e shtuar do të jetë

$$K + I \approx 10\,000 + 876.67 = 10876.67.$$

8. Për blerje të një objekti njëri blerës ofron 95 000 nj.m. të gatshme, kurse blerësi tjetër 60000 nj.m. të gatshme dhe 60000 nj.m. pas 6 vjetësh. Cila ofertë është më e volitshme për shitësin në qoftë se shitësi për pagesat e mëvonshme njehson interesin me 4% (p.a.d) dhe kapitalizim katërmujor?

Zgjidhje. Vlera sot e ofertës të blerësit të dytë është

$$60000 + K.$$

Vlerën e K e gjejmë nga formula

$$K_{mn} = K \left(1 + \frac{p}{100m} \right)^{mn},$$

d.m.th.

$$K = \frac{K_{mn}}{\left(1 + \frac{p}{100m} \right)^{mn}}.$$

Duke zëvendësuar vlerat $n = 6$, $K_{3.6} = 60000$, $p = 7$, $m = 3$ fitojmë

$$60000 + K = 60000 + \frac{60000}{\left(1 + \frac{7}{100 \cdot 3} \right)^{3 \cdot 6}} \approx 107272.58.$$

Pra, më e volitshme është oferta e blerësit të dytë.

9. Në bankë janë deponuar 50000 nj.m. me 8% (p.a.d) dhe kapitalizim tremujor. Të llogaritet sa herë mund të merren renta tremujore prej 1500 nj.m.?

Zgjidhje. Janë dhënë $M = 50000$, $R = 1500$, $p = 8$, $m = 4$. Llogarisim vlerën e $4n$. Kemi

$$r = 1 + \frac{p}{100m},$$

d.m.th.

$$r = 1 + \frac{8}{100 \cdot 4} = 1.02.$$

Duke zëvendësuar vlerat në formulën

$$M = R \frac{r^{mn} - 1}{r^{mn}(r - 1)},$$

fitojmë

$$50000 = 1500 \frac{1.02^{4n} - 1}{1.02^{4n}(1.02 - 1)},$$

d.m.th.,

$$\frac{50000}{1500} \cdot (1.02 - 1) = \frac{1.02^{4n} - 1}{1.02^{4n}},$$

ose

$$0.66667 \cdot 1.02^{4n} \approx 1.02^{4n} - 1.$$

Prej këtij

$$1.02^{4n}(1 - 0.66667) = 1,$$

ose

$$1.02^{4n} = \frac{1}{1 - 0.66667}.$$

Duke logaritmuar anë për anë barazimin e fundit marrim

$$4n \log 1.02 \approx \log 3,$$

d.m.th.

$$4n \approx \frac{\log 3}{\log 1.02} \approx 55.48.$$

Pra, mund të merren 55 renta të plota (dhe një rentë jo e plotë).

10. Llogaritni në detyrën paraprake sa është vlera e rentës së fundit **jo të plotë** e cila mbetet për t'u paguar?

Zgjidhje. Llogarisim së pari mizën e nevojshme për 55 renta të plota.
Kemi

$$\bar{M} = R \frac{r^{mn} - 1}{r^{mn}(r - 1)},$$

d.m.th.,

$$\bar{M} = R \frac{1.02^{55} - 1}{1.02^{55}(1.02 - 1)} \approx 49762.18.$$

Tani për kapitalin fillestar

$$K = M - \bar{M} \approx 50000 - 49762.18 = 237.82$$

llogarisim gjendjen përfundimtare pas 56 kapitalizimesh:

$$K_{56} = K \left(1 + \frac{p}{100m}\right)^{56} = K \left(1 + \frac{8}{100 \cdot 4}\right)^{56} \approx 720.87.$$

Është kjo pikërisht vlera e rentës së 56-të jo të plotë.

Matematikë e biznesit II

Provimi periodik 2/2, Forma: D

Emri: _____

Nr. ID: _____

Drejtimi: _____

Data: _____

Zgjedhni përgjeggjen korrekte (duke rrethuar **vetëm njërin** nga optionet e ofruara).

1. Çmimi i rregullt i një bilete teatri është 15 €. Të premtën çmimi është zbritur për 20 %. Sa është çmimi i një bilete të premtën mbrëma?
 - (a) 12 €
 - (b) 13 €
 - (c) 16 €
2. Këtë vit çmimi i një artikulli është 25 €, që është 25% më tepër sesa vitin e shkuar. Sa ishte çmimi i artikullit vitin e shkuar?
 - (a) 18 €
 - (b) 19 €
 - (c) 20 €
3. Gjatë vitit të kaluar çmimi i një malli u ngrit nga 9125 nj.m. në 9271 nj.m. Sa ishte përqindja e rritjes së çmimit?
 - (a) 1.6
 - (b) 2.4
 - (c) 3.2

Shkruani zgjidhjet në hapësirat e zbrazëta. Në rast nevojë, mund të shfytëzoni faqen tjetër të fletës për llogaritje më të gjata.

4. Personi ka marrë kredi më 18 qershor 5 000 nj.m. me kamatë vjetore 12%. Sa do të paguajë në qoftë se kredinë e kthen më 11 prill të vitit vijues?

5. Për blerje të një objekti njëri blerës ofron 95 000 nj.m. të gatshme, kurse blerësi tjetër 50000 nj.m. të gatshme dhe 50000 nj.m. pas 7 vjetësh. Cila ofertë është më e volitshme për shitësin në qoftë se shitësi për pagesat e mëvonshme njehson interesin me 4% (p.a.d) dhe kapitalizim katërmujor?
6. Në bankë janë deponuar 40000 nj.m. me 3% (p.a.d) dhe kapitalizim katërmujor. Të llogaritet sa herë mund të merren renta katërmujore prej 1500 nj.m.?
7. Llogaritni në detyrën paraprake sa është vlera e rentës së fundit **jo të plotë** e cila mbetet për t'u paguar?
8. Për sa nj.m. do të rriten 5300 nj.m. 6 vjet me 6% (p.a.d) dhe kapitalizim

katërmujor?

9. Një bankë ka rezervat të shpërndara nëpër qendrat e veta në Maqedoni, Kosovë, Shqipëri dhe Mal të Zi në përpjesë sikurse $3 : 5 : 7 : 2$. Sa nj.m. rezerva ka banka në Mal të Zi në qoftë se vlera e përgjithshme e rezervave të saj është 3 400 000 nj.m.

10. Për sa muaj kapitali prej 30000 nj.m. me 13% interes vjetor (**të thjeshtë**) do të sjellë 32000 nj.m.?

Çelësi i provimit D

Zgjedhni përgjigjen korrekte (duke rrethuar **vetëm njërin** nga optionet e ofruara).

1. Çmimi i rregullt i një bilete teatri është 15 €. Të premtën çmimi është zbritur për 20 %. Sa është çmimi i një bilete të premtën mbrëma?

(a) 12 €
(b) 13 €
(c) 16 €
2. Këtë vit çmimi i një artikulli është 25 €, që është 25% më tepër sesa vitin e shkuar. Sa ishte çmimi i artikullit vitin e shkuar?

(a) 18 €
(b) 19 €
(c) 20 €
3. Gjatë vitit të kaluar çmimi i një malli u ngrit nga 9125 nj.m. në 9271 nj.m. Sa ishte përqindja e rritjes së çmimit?

(a) 1.6
(b) 2.4
(c) 3.2

Shkruani zgjidhjet në hapësirat e zbrazëta. Në rast nevojë, mund të shfytëzoni faqen tjetër të fletës për llogaritje më të gjata.

4. Personi ka marrë kredi më 18 qershor 5 000 nj.m. me kamatë vjetore 12%. Sa do të paguajë në qoftë se kreditë e kthen më 11 prill të vitit vijues?

Zgjidhje. Kemi $K = 5\,000$, $p = 12$, $d = 9 \cdot 30 + 23 = 293$. Zëvendësojmë këto vlera në formulën për llogatijen e interesit të thjeshtë në baza ditore

$$I = \frac{Kpd}{100 \cdot 360},$$

për të fituar

$$I = \frac{5\,000 \cdot 12 \cdot 293}{36000} \approx 488.33.$$

Vlera e shtuar do të jetë

$$K + I \approx 5\,000 + 488.33 = 5488.33.$$

5. Për blerje të një objekti njëri blerës ofron 95 000 nj.m. të gatshme, kurse blerësi tjetër 50000 nj.m. të gatshme dhe 50000 nj.m. pas 7 vjetësh. Cila ofertë është më e volitshme për shitësin në qoftë se shitësi për pagesat e mëvonshme njehson interesin me 4% (p.a.d) dhe kapitalizim katërmujor?

Zgjidhje. Vlera sot e ofertës të blerësit të dytë është

$$50000 + K.$$

Vlerën e K e gjejmë nga formula

$$K_{mn} = K \left(1 + \frac{p}{100m} \right)^{mn},$$

d.m.th.

$$K = \frac{K_{mn}}{\left(1 + \frac{p}{100m} \right)^{mn}}.$$

Duke zëvendësuar vlerat $n = 7$, $K_{3.7} = 50000$, $p = 7$, $m = 3$ fitojmë

$$50000 + K = 50000 + \frac{50000}{\left(1 + \frac{4}{100 \cdot 3} \right)^{3 \cdot 7}} \approx 87859.17.$$

Pra, më e volitshme është oferta e blerësit të parë.

6. Në bankë janë deponuar 40000 nj.m. me 3% (p.a.d) dhe kapitalizim katërmujor. Të llogaritet sa herë mund të merren renta katërmujore prej 1500 nj.m.?

Zgjidhje. Janë dhënë $M = 40000$, $R = 1500$, $p = 3$, $m = 3$. Llogarisim vlerën e $3n$. Kemi

$$r = 1 + \frac{p}{100m},$$

d.m.th.

$$r = 1 + \frac{3}{100 \cdot 3} = 1.01.$$

Duke zëvendësuar vlerat në formulën

$$M = R \frac{r^{mn} - 1}{r^{mn}(r - 1)},$$

fitojmë

$$40000 = 1500 \frac{1.01^{3n} - 1}{1.01^{3n}(1.01 - 1)},$$

d.m.th.,

$$\frac{40000}{1500} \cdot (1.01 - 1) = \frac{1.01^{3n} - 1}{1.01^{3n}},$$

ose

$$0.26667 \cdot 1.01^{3n} \approx 1.01^{3n} - 1.$$

Prej këtij

$$1.01^{3n}(1 - 0.26667) = 1,$$

ose

$$1.01^{3n} = \frac{1}{1 - 0.26667}.$$

Duke logaritmuar anë për anë barazimin e fundit marrim

$$3n \log 1.01 \approx \log 1.36364,$$

d.m.th.

$$3n \approx \frac{\log 1.36364}{\log 1.01} \approx 31.17.$$

Pra, mund të merren 31 renta të plota (dhe një rentë jo e plotë).

7. Llogaritni në detyrën paraprake sa është vlera e rentës së fundit **jo të plotë** e cila mbetet për t'u paguar?

Zgjidhje. Llogarisim së pari mizën e nevojshme për 31 renta të plotë.
Kemi

$$\bar{M} = R \frac{r^{mn} - 1}{r^{mn}(r - 1)},$$

d.m.th.,

$$\bar{M} = R \frac{1.01^{31} - 1}{1.01^{31}(1.01 - 1)} \approx 39813.43.$$

Tani për kapitalin fillestar

$$K = M - \bar{M} \approx 40000 - 39813.43 = 186.57$$

llogarisim gjendjen përfundimtare pas 32 kapitalizimesh:

$$K_{32} = K \left(1 + \frac{p}{100m}\right)^{32} = K \left(1 + \frac{3}{100 \cdot 3}\right)^{32} \approx 256.52.$$

Është kjo pikërisht vlera e rentës së 32-të jo të plotë.

8. Për sa nj.m. do të rriten 5300 nj.m. 6 vjet me 6% (p.a.d) dhe kapitalizim katërmujor?

Zgjidhje. Kemi $K = 5300$, $n = 6$, $p = 6$, $m = 3$. Zëvendësojmë vlerat në formulën

$$K_{mn} = K \left(1 + \frac{p}{100m}\right)^{mn},$$

për të fituar

$$K_{3 \cdot 6} = 5300 \left(1 + \frac{6}{100 \cdot 3}\right)^{3 \cdot 6} \approx 8033.03.$$

Tani, vlera e interesit është

$$I = K_{mn} - K \approx 8033.03 - 5300 = 2733.03.$$

9. Një bankë ka rezervat të shpërndara nëpër qendrat e veta në Maqedoni, Kosovë, Shqipëri dhe Mal të Zi në përpjesë sikurse $3 : 5 : 7 : 2$. Sa nj.m. rezerva ka banka në Mal të Zi në qoftë se vlera e përgjithshme e rezervave të saj është 3 400 000 nj.m.

Zgjidhje. Kemi $K = 3\,400\,000$, $r_1 = 3$, $r_2 = 5$, $r_3 = 7$, $r_4 = 2$. Gjejmë

$$\begin{aligned} A &= \frac{K}{r_1 + r_2 + r_3 + r_4} \\ &= \frac{3\,400\,000}{3 + 5 + 7 + 2} = \frac{3\,400\,000}{17} = 200\,000. \end{aligned}$$

Prandaj,

$$k_4 = Ar_4 = 200\,000 \cdot 2 = 400\,000.$$

10. Për sa muaj kapitali prej 30000 nj.m. me 13% interes vjetor (**të thjeshtë**) do të sjellë 32000 nj.m.?

Zgjidhje. Kemi $K = 30000$, $p = 13$ dhe

$$K + I = 32000.$$

Nga barazimi i fundit dhe formula për njehsimin e interesit të thjeshtë

$$I = \frac{Kpm}{1200},$$

fitojmë

$$30000 + \frac{30000 \cdot 13 \cdot m}{1200} = 32000;$$

rrjedhimisht,

$$m = (32000 - 30000) \cdot \frac{1200}{30000 \cdot 13} \approx 6.15.$$